IL TEST DELLE IPOTESI

Approccio deduttivo: filosofia positivista (ricerca quantitativa)

La teoria viene enunciata in forma di *ipotesi*, ovvero di affermazioni sulle relazioni tra variabili

Esempi

H_1: Tra gli studenti del corso di Marketing Progredito, esiste una covariazione tra genere e orientamento allo shopping

H_2: Le ore di studio influenzano positivamente il voto nell'esame di Marketing Progredito

H_3: Il prezzo influenza negativamente le vendite di birra

IL TEST DELLE IPOTESI

Approccio deduttivo: filosofia positivista (ricerca quantitativa)

Per testare un'ipotesi, l'approccio deduttivo prevede l'applicazione del paradigma **falsificazionista**

Tale paradigma consiste nel definire **un'ipotesi nulla** contraria all'ipotesi di ricerca e che prevede implicitamente o esplicitamente un'eguaglianza

Successivamente, tramite l'applicazione di determinate tecniche statistiche e inferenziali, l'ipotesi nulla viene sottoposta a test di falsificazione

Se l'ipotesi nulla, sulla base dei risultati delle analisi, può essere rigettata, e i risultati sono coerenti con l'ipotesi di ricerca, quest'ultima sarà non-rifiutata (… o accettata …)

Viceversa, se l'ipotesi nulla, sulla base dei risultati delle analisi, sarà accettata, l'ipotesi di ricerca verrà rigettata

IL TEST DELLE IPOTESI

Esempi

Rispetto a H_1: Tra gli studenti del corso di Marketing Progredito, esiste una covariazione tra genere e orientamento allo shopping, l'ipotesi nulla H_0 prevede che la covariazione tra genere e orientamento allo shopping sia uguale a zero

Rispetto a H_2: Le ore di studio influenzano positivamente il voto nell'esame di Marketing Progredito , l'ipotesi nulla H_0 prevede che l'effetto delle ore di studio sul voto dell'esame di Marketing Progredito sia uguale a zero

Rispetto a H_3: Il prezzo influenza negativamente le vendite di birra, l'ipotesi nulla H_0 prevede che l'effetto del prezzo sulle vendite di birra sia uguale a zero

TECNICHE INFERENZIALI

Insieme di tecniche che mirano a sottoporre a **test inferenziale** ipotesi di ricerca su associazioni e relazioni di causa-effetto tra variabili

Riprendendo la discussione su popolazione e campione, la differenza tra x (parametro nel campione) e μ (parametro nella popolazione) determina la precisione della **stima**

Dal momento che μ non è osservabile, a fini inferenziali vengono valutati il **valore** del parametro x e la sua **variabilità** (o volatilità), quale stima di (x – μ); tanto più piccola sarà la variabilità, tanto più precisa sarà la stima del parametro

PROCESSO DI TEST INFERENZIALE

Tutti i **test inferenziali** prevedono una sequenza logica comune

1. Si calcola la **statistica di riferimento** (es., un parametro di regressione *b*, una correlazione *r*, la differenza tra due medie $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$) nel campione.
2. Si stima una misura di **errore della statistica di riferimento** (spesso chiamata *standard error*)
3. Si calcola, in funzione della statistica e dell'errore (punti 1. e 2.), un ***punteggio test calcolato***, utilizzando formule note derivanti dalla letteratura di statistica (es., t_{calc}, F_{calc}, z_{calc}, χ^2_{calc})
4. Si confronta il punteggio test calcolato con il corrispondente ***punteggio test critico*** (es., t_{crit}, F_{crit}, z_{crit}, χ^2_{crit}), con gradi di libertà pari a *df*

Dal confronto tra punteggio test calcolato e punteggio test critico emerge il ***p-value*** associato al test – si tratta della **probabilità che i dati siano compatibili con l'ipotesi nulla**.

PROCESSO DI TEST INFERENZIALE

Il *p-value* associato al test deve essere a sua volta confrontato con il margine errore di 1° tipo nelle decisioni inferenziali, espresso con il simbolo α, fissato convenzionalmente a 0.05 (o per campioni piccoli a 0.10)

Nel valutare i risultati di un test inferenziale, assumendo $\alpha = 0.05$, sono possibili due scenari:

- Se $|\ Punteggio\ Test_{calc}\ | > |\ Punteggio\ Test_{crit}\ |$ → $p < 0.05$

  Decisione inferenziale: rigetto H_0, e, se la statistica di riferimento è coerente con H_1, posso *non rifiutare* H_1 fino a prova a contraria – o in termini più pratici, accetto H_1. È possibile considerare la statistica di riferimento come significativa e generalizzare il risultato dal campione alla popolazione.

- Se $|\ Punteggio\ Test_{calc}\ | < |\ Punteggio\ Test_{crit}\ |$ → $p > 0.05$

  Decisione inferenziale: accetto H_0, e di conseguenza rigetto H_1. La statistica di riferimento non è significativa e non è possibile generalizzare il risultato.

ANALISI BIVARIATE

Tecniche bivariate

Prevedono l'analisi delle relazioni esistenti tra due variabili – descrizione dell'intensità e del segno della relazione e test inferenziale per verificare la significatività della relazione

Sulla base del tipo di variabili analizzate (qualitative o quantitative) vengono usate diverse tecniche bivariate

		Variabile 2	
		Qualitativa	Quantitativa
Variabile 1	Qualitativa	Tabella di contingenza e analisi di connessione	Test di differenze tra le medie: t-test o one way-ANOVA
	Quantitativa	Test di differenze tra le medie: t-test o one way-ANOVA	Correlazione lineare

ANALISI DI CONNESSIONE

Quando si analizzano due variabili qualitative, è possibile calcolare una tabella a doppia entrata (**tabella di contingenza o cross-tab**) in cui rappresentare le frequenze incrociate delle due variabili

È inoltre possibile testare se tra le due variabili esiste **un'associazione significativa**, cioè se al manifestarsi di determinate modalità della prima variabile si manifestano determinate modalità della seconda variabile

Tale analisi avviene tramite il test del **chi-quadrato**

A tal fine, viene calcolato il chi-quadrato di una tabella di contingenza, che rappresenta una misura di distanza tra la tabella di contingenza tra le due variabili qualitative osservata nei dati e la corrispondente tabella di indipendenza: tanto più alto sarà il **chi-quadrato calcolato**, tanto più distanti saranno tabella osservata e tabella di indipendenza, tanto più sarà probabile che l'associazione tra le due variabili sia significativa

$$\chi^2 = \sum_{ij} \frac{\left(FrequenzeO_{ij} - FrequenzeI_{ij}\right)^2}{FrequenzeI_{ij}}$$

ANALISI DI CONNESSIONE

Quanto alto dovrà essere il **chi-quadrato calcolato** affinché l'associazione tra le due variabili sarà considerata significativa? Dovrà essere più alto del valore corrispondente nella tavola della distribuzione del chi-quadrato con **gradi di libertà** uguali a (#righe – 1 × #colonne – 1), cioè il **chi-quadrato critico**

Nell'output di SPSS, è possibile controllare il ***p-value*** (Sig.) associato al chi-quadrato, considerando:

H_0: indipendenza tra le variabili; H_1: associazione tra le variabili

Se il chi-quadrato calcolato è più alto del chi-quadrato critico, il ***p-value*** sarà inferiore a 0.05 (o a 0.10): rigettiamo H_0 e concludiamo che esiste un'associazione significativa tra le due variabili

Se il chi-quadrato calcolato è più basso del chi-quadrato critico, il ***p-value*** sarà superiore a 0.05 (o a 0.10): accettiamo H_0 e concludiamo che non esiste un'associazione significativa tra le due variabili (associazione non significativa o nulla)

ANALISI DI CONNESSIONE

Dataset "Make-up"

In a week, how many times do you make-up? * Do you use powder? Crosstabulation

Count

		Do you use powder?		
		yes	no	Total
In a week, how many times do you make-up?	1-3 times	4	27	31
	4-5 times	9	25	34
	6-7 times	10	23	33
	more than 7 times	11	11	22
Total		34	86	120

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymptotic Significance (2-sided)
Pearson Chi-Square	8.842[a]	3	.031
Likelihood Ratio	8.934	3	.030
Linear-by-Linear Association	8.142	1	.004
N of Valid Cases	120		

a. 0 cells (0.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 6.23.

Symmetric Measures

		Value	Approximate Significance
Nominal by Nominal	Phi	.271	.031
	Cramer's V	.271	.031
N of Valid Cases		120	

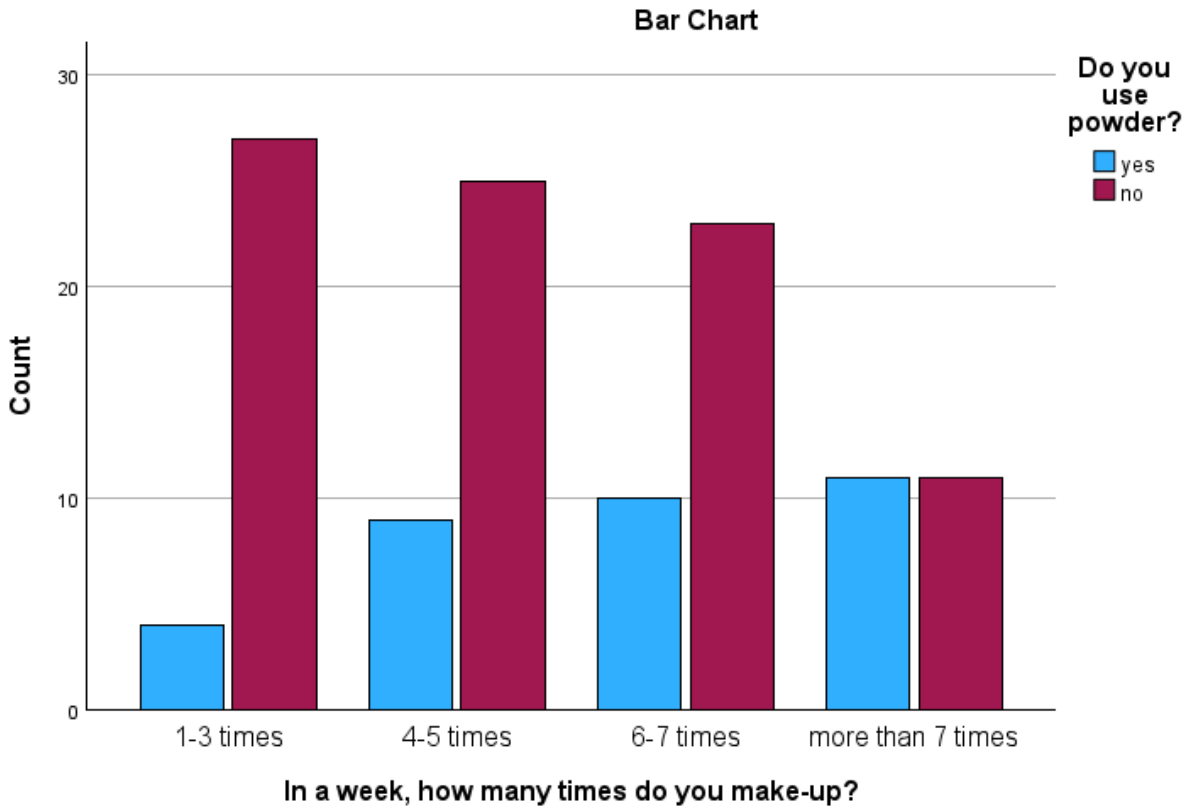
Il chi quadrato calcolato è uguale a 8.842; i gradi di libertà sono 3

Il *p-value* è uguale a 0.031 che è minore di 0.05

Quindi concludiamo che tra frequenza di uso settimanale dei cosmetici e uso di cipria esiste un'associazione significativa

La V di Cramer è pari a .271 e suggerisce una relazione di forte intensità

ANALISI DI CONNESSIONE



In effetti, osservando la cross-tab o il grafico, si nota che all'aumentare della frequenza d'uso settimanale aumentano le consumatrici che usano la cipria

CORRELAZIONE LINEARE

Quando si analizzano due variabili quantitative, è possibile calcolare l'indice di **correlazione lineare**, che indica il segno e l'intensità della **covariazione** tra le due variabili in termini lineari

L'indice di correlazione, o più semplicemente correlazione, deriva infatti dalla **covarianza**, ovvero la varianza condivisa tra due variabili quantitative; la correlazione corrisponde infatti alla covarianza standardizzata

$$Cov_{x,y} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) \times (y_i - \bar{y})$$

$$Corr_{x,y} = r_{x,y} = \frac{Cov_{x,y}}{\sigma_x \times \sigma_y}$$

CORRELAZIONE LINEARE

La **correlazione** può oscillare tra –1 (correlazione lineare negativa perfetta), zero (assenza di correlazione lineare) e +1 (correlazione lineare positiva perfetta)

Valori < |0.30| indicano correlazione debole tra le due variabili; valori tra |0.30| e |0.50| indicano correlazione di media intensità tra le due variabili; valori > |0.50| indicano correlazione di elevata intensità tra le due variabili

L'indice di correlazione viene sottoposto a **test inferenziale** (t-test) per stabilirne la significatività

H_0: $r_{x,y} = 0$

H_1: $r_{x,y} \neq 0$

$$t_{calcolato} = \frac{r \times \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

Se il *p-value* è inferiore a 0.05 (o a 0.10), rigettiamo H_0 e concludiamo che la correlazione è significativa

Se il *p-value* è superiore a 0.05 (o a 0.10), accettiamo H_0 e concludiamo che la correlazione non è significativamente diversa da zero

CORRELAZIONE LINEARE

Dataset "Make-up"

Matrice delle correlazioni

Correlations

		Importance of Package attractiveness	Importance of Package "pocketability"	Importance of Anti-age effect	Importance of Endurance	Importance of Waterproof
Importance of Package attractiveness	Pearson Correlation	1	.381**	-.024	-.039	.009
	Sig. (2-tailed)		.000	.796	.673	.920
	N	120	120	120	120	120
Importance of Package "pocketability"	Pearson Correlation	.381**	1	-.098	-.040	.090
	Sig. (2-tailed)	.000		.287	.668	.330
	N	120	120	120	120	120
Importance of Anti-age effect	Pearson Correlation	-.024	-.098	1	.185*	.131
	Sig. (2-tailed)	.796	.287		.043	.155
	N	120	120	120	120	120
Importance of Endurance	Pearson Correlation	-.039	-.040	.185*	1	.468**
	Sig. (2-tailed)	.673	.668	.043		.000
	N	120	120	120	120	120
Importance of Waterproof	Pearson Correlation	.009	.090	.131	.468**	1
	Sig. (2-tailed)	.920	.330	.155	.000	
	N	120	120	120	120	120

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

*. Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

Ad esempio, la correlazione tra importanza dell'attrattività del package e importanza della "tascabilità" è uguale a 0.381, con un *p-value* < 0.05; quindi si tratta di una correlazione positiva, di media intensità e significativa

CONFRONTO TRA MEDIE

Quando si analizzano una variabile quantitativa e una variabile qualitativa è possibile confrontare **le medie della variabile quantitativa nei gruppi formati dalla variabile qualitativa**

In particolare, è importante verificare se le medie nei gruppi siano significativamente diverse tra loro (effetto della variabile qualitativa sulla variabile quantitativa), o se siano tendenzialmente uguali (assenza di effetto)

Se la variabile qualitativa ha due modalità si applica il **t-test**

Se la variabile qualitativa ha più di due modalità si applica **l'analisi della varianza a una via (one-way ANOVA)**

CONFRONTO TRA MEDIE

Nel t-test (due gruppi)

H_0: (media di x nel gruppo 1 – media di x nel gruppo 2) = 0

H_1: (media di x nel gruppo 1 – media di x nel gruppo 2) ≠ 0

$$t_{calcolato} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{se_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}} \quad \text{vs.} \quad t_{df = n_1 + n_2 - 2}$$

Nella one-way ANOVA (> 2 gruppi)

H_0: Tutte le medie nei gruppi sono uguali, $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \ldots = \bar{x}_k$

H_1: Almeno due medie differiscono tra loro

$$F_{calcolato} = \frac{Varianza_BetweenGroups}{Varianza_WithinGroups} \quad \text{vs.} \quad F_{df_1 = \#gruppi - 1; df_2 = N - \#gruppi}$$

In entrambi i casi:

Se il *p-value* è inferiore a 0.05 (o a 0.10), rigettiamo H_0 e concludiamo che le medie sono significativamente diverse tra loro. Se il *p-value* è superiore a 0.05 (o a 0.10), accettiamo H_0 e concludiamo che le medie non sono significativamente diverse tra loro

FLOW CHART SUL t-TEST

0. Valutare le statistiche descrittive

1. Verifica assunzione di omoschedasticità (Test di Levene – H_0: $\sigma^2_1 = \sigma^2_2$)

Test di Levene: $p > .05$
Assunzione verificata

2a. t-test classico (H_0: $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$)

t-test: $p < .05$
H_0 rigettata
Medie diverse

t-test: $p > .05$
H_0 confermata
Medie uguali

Test di Levene: $p < .05$
Assunzione non verificata

2b. t-test robusto (H_0: $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$)

t-test robusto: $p < .05$
H_0 rigettata
Medie diverse

t-test robusto: $p > .05$
H_0 confermata
Medie uguali

CONFRONTO TRA MEDIE

Dataset "Make-up"

Group Statistics

	Do you use eyeliner?	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Age	yes	22	26.27	11.285	2.406
	no	98	34.24	13.368	1.350

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means				
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference
Age	Equal variances assumed	2.222	.139	-2.595	118	.011	-7.972	3.072
	Equal variances not assumed			-2.889	35.551	.007	-7.972	2.759

Per prima cosa valutiamo il test di Levene non è significativo ($p = 0.139$), quindi valutiamo il t-test classico

Il *p-value* associato al t-test è uguale a 0.011, quindi < 0.05; rigettiamo H_0 e concludiamo che le medie di età sono significativamente diverse tra utilizzatrici e non-utilizzatrici di eyeliner

FLOW CHART SULLA ONE-WAY ANOVA

0. Valutare le statistiche descrittive

1. Verifica assunzione di omoschedasticità
(Test di Levene – H_0: $\sigma^2_1 = \sigma^2_2 = \ldots = \sigma^2_k$)

Test di Levene: $p > .05$
Assunzione verificata

2a. F-test classico (H_0: $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \ldots = \bar{x}_k$)

F-test: $p < .05$
H_0 rigettata
Almeno 2 medie diverse

3a. Post-hoc t-test di Bonferroni
Verifica delle coppie di medie diverse

F-test: $p > .05$
H_0 confermata
Medie tutte uguali

Test di Levene: $p < .05$
Assunzione non verificata

2b. F-test robusto (H_0: $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \ldots = \bar{x}_k$)
Brown-Forsythe, Welch

F-test robusto: $p < .05$
H_0 rigettata
Almeno 2 medie diverse

3b. Post-hoc t-test robusti di Games-Howell
Verifica delle coppie di medie diverse

F-test robusto: $p > .05$
H_0 confermata
Medie tutte uguali

CONFRONTO TRA MEDIE

Dataset "Make-up"

Descriptives

Importance of Tanning effect

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Minimum	Maximum
					Lower Bound	Upper Bound		
married	49	2.84	1.519	.217	2.40	3.27	1	7
single	61	3.97	2.041	.261	3.44	4.49	1	7
other	10	2.60	2.011	.636	1.16	4.04	1	7
Total	120	3.39	1.920	.175	3.04	3.74	1	7

Test of Homogeneity of Variances

Importance of Tanning effect

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
4.781	2	117	.010

Robust Tests of Equality of Means

Importance of Tanning effect

	Statistic[a]	df1	df2	Sig.
Welch	5.943	2	24.744	.008
Brown-Forsythe	5.838	2	30.988	.007

a. Asymptotically F distributed.

Il test di Levene è significativo (p = 0.01), quindi è necessario usare test robusti all'eteroschedasticità. I *p-value* associati ai test F robusti sono entrambi significativi ($p < 0.05$); rigettiamo quindi H_0 e concludiamo che tra le medie dei gruppi esiste qualche differenza

CONFRONTO TRA MEDIE

Post-hoc t-test robusti di Games-Howell – in caso di omoschedasticità si possono usare i post-hoc t-test di Bonferroni

Multiple Comparisons

Dependent Variable: Importance of Tanning effect

Games-Howell

(I) Marital Status	(J) Marital Status	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
married	single	-1.130*	.340	.003	-1.94	-.32
	other	.237	.672	.934	-1.57	2.05
single	married	1.130*	.340	.003	.32	1.94
	other	1.367	.688	.157	-.46	3.20
other	married	-.237	.672	.934	-2.05	1.57
	single	-1.367	.688	.157	-3.20	.46

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

RIEPILOGO ANALISI BIVARIATE

Per il lavoro di ricerca devono essere applicate le analisi bivariate su alcune coppie (non su tutte le possibili coppie) di variabili

In particolare, è opportuno applicare:

- l'analisi di connessione per coppie di **variabili qualitative**, per le quali può essere interessante valutare il grado di associazione
- l'analisi di correlazione per coppie di **variabili quantitative**, per le quali può essere interessante valutare il segno e l'intensità della covariazione
- Il confronto tra le medie di una **variabile quantitativa** nei gruppi formati da una **variabile qualitativa**, nei casi di particolare interesse